

収積点と集積点 — cluster points and accumulation points

青山耕治

2011年10月7日(第1版)

1 はじめに

収積点 (cluster point) と集積点 (accumulation point) は、共に位相空間に出てくる概念である。収積点は点列 (もっと一般的にはネット) に対する概念で、集積点は集合に対する概念であり、もちろん両者は異なる。日本語では共に「しゅうせきてん」とよむが、漢字を見ればどちらの「しゅうせきてん」かわかる。

2 定義

$\{x_n\}$ を距離空間 (X, d) の点列とする。点 $p \in X$ が $\{x_n\}$ の収積点 (cluster point) であるとは、任意の $n \in \mathbb{N}$ と $r > 0$ に対して

$$\exists m \in \mathbb{N} : m \geq n, d(p, x_m) < r$$

が成り立つときをいう。つまり、点 $p \in X$ が $\{x_n\}$ の収積点であるための必要十分条件は、 $x_{n_i} \rightarrow p$ となる $\{x_n\}$ の部分列 $\{x_{n_i}\}$ が存在することである。

A を距離空間 (X, d) の部分集合とする。点 $x \in X$ が A の集積点 (accumulation point) であるとは、任意の $r > 0$ に対して

$$B_r(x) \cap (A \setminus \{x\}) \neq \emptyset$$

が成り立つときをいう。ここで、 $B_r(x)$ は、点 x を中心とする半径 r の開球である。

3 文献を見てみると

1. 収積点がかかれた文献として、例えば [1], [2], [3] がある。[3] では、71 頁でネットの収積点を扱っている。
2. [3] の 41 頁に次のような記述がある。

A point x is an accumulation point (sometimes called cluster point or limit point) of a subset A of a topological space (X, \mathcal{T}) iff ...

cluster point は収積点だけに使って欲しいが, 仕方がない。

3. [4] に収積点が記載されているかわからないが, 和文索引に収積点はないようだ。
4. [4] の欧文索引には, accumulation point と cluster point があり, 共に 14.O(集積点) となっている。14.O には次のように書いてある。
..., x を A の集積点 (英 accumulation point, cluster point 仏 ...

参考文献

- [1] 前田周一郎「函数解析」森北出版 (1974)。
- [2] 青木利夫, 高橋渉, 平野載倫「演習・集合位相空間」培風館 (1985)。
- [3] John L. Kelley, *General topology*, Graduate Texts in Mathematics, No. 27, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1975.
- [4] 日本数学会 (編)「岩波 数学辞典 第3版」岩波書店 (1985)。